УДК 621.391:51.142

С.В. ЧУМАЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В РЕЗОНАТОРНЫХ УСТРОЙСТВАХ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА СУММИРОВАНИЯ РЯДОВ В ГПВЯ

Наведено результати математичних моделей електромагнітних полів для двох резонаторних пристроїв, які отримані із застосуванням методу підсумовування рядів за вибірковими значеннями у гильбертовому просторі з відтворюючим ядром. Завдяки застосованому методу отримані рівняння, що описують розглядувані моделі, не містять рядів. Це дає можливість здобути точні результати рои чисельному моделюванні.

1. Введение

Процесс математического моделирования предполагает исследование прблемы; разработку алгоритма ее решения; написание кода на одном из языков программирования; тестирование и верификацию моделей, методов, алгоритмов, программ. Для решения конкретной задачи анализируется возможность использования (модернизации) известных или обосновывается необходимость разработки новых математических методов.

Электромагнитные резонаторы являются существенной составной частью многих современных технических устройств. Наряду с изучением открытых резонансных структур продолжается исследование и усовершенствование закрытых резонансных объемов. Моделирование электромагнитных колебаний в них сводится к определению собственных полей. Математическая задача при этом формулируется следующим образом: найти решение уравнений Максвелла в объемной области V, ограниченной поверхностью S, которое удовлетворяет определенным граничным условиям. Структура и свойства электромагнитного поля в резонаторе определяются его геометрическими размерами, способом возбуждения и свойствами среды, которая заполняет объем. Решение проблемы создания резонаторов с заданными характеристиками связано с исследованиями структур сложной геометрической конфигурации, для которых возникают соответствующие граничные задачи. Учет новых электродинамических и геометрических факторов приводит к усложнению вида уравнений, для которых точные решения встречаются достаточно редко. Среди известных методов можно указать следующие: квазистационарный, “возмущений”, эквивалентных схем (импедансный), вариационный, факторизации, частичных областей [1-9]. Однако все они являются приближенными. Определенный интерес представляет использование численных методов, реализуемых на основе полученных аналитических выражений. В этом случае погрешность и вычислительная сложность будет строго зависеть от точности формул, которые чем проще, тем эффективнее численные расчеты, основанные на них.

В строгой формулировке граничной задачи искомое электромагнитное поле представляется в виде рядов Фурье по полным системам функций, а решение сводится к нахождению последовательностей коэффициентов разложения. Результирующая бесконечная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) позволяет получить решение численными методами с высокой степенью точности, а также допускает аналитическое решение для частных случаев с ограничениями на параметры задачи.

Таким образом, вычислительная сложность граничной задачи связана с решением бесконечных СЛАУ, которое может быть получено для произвольных параметров приближенными методами усечения или последовательных приближений [10].

Здесь предлагается точный метод решения СЛАУ на основе суммирования рядов в гильбертовом пространстве с воспроизводящим ядром (ГПВЯ). Исследование продолжает цикл работ, опубликованных по данному научному направлению. В [11, 14] приведены общие положения, на основе которых предлагается метод суммирования в ГПВЯ. В [12] представлено доказательство интегральных тождеств с использованием данного подхода. Решение сумматорных, интегральные уравнения и их системы с помощью предлагаемого метода приведено в [13], а численное обоснование метода – в [15].

Цель исследования – усовершенствовать метод решения граничных электродинамических задач моделирования резонаторных устройств на основе использования суммирования рядов в ГПВЯ для упрощения конечных формул в численных расчетах.

Для достижения поставленной цели необходимо решить граничные задачи электродинамики:

1) в цилиндрическом объемном резонаторе сложной формы на основе системы уравнений Максвелла;

2) для запредельного однозвенного волноводно-диэлектрического резонатора.

2. Основные теоретические соотношения

Используются следующие известные факты теории ГПВЯ [16].

Утверждение 1. *В ГПВЯ* $\mathrm{H}_{\mathrm{Ker}_3}$ *любая функция* $f \in \mathrm{H}_{\mathrm{Ker}_3}$ *разлагается в ряд по выборочным значениям*

$$f(s) = \sum_{k=1}^{\infty} f(k) \frac{2k}{s+k} \frac{\sin \pi(s-k)}{\pi(s-k)}, \; 0 < s < \infty \tag{1}$$

или

$$f(s)=\sum_{k=0}^{\infty} f(k)\frac{\varepsilon_k k}{s+k}\frac{\sin\pi(s-k)}{\pi(s-k)},\ 0<s<\infty. \qquad (2)$$

Утверждение 2. *В ГПВЯ* H_{Ker_4} *любая функция* $f\in H_{Ker_4}$ *разлагается в ряд по выборочным значениям*

$$f(s)=f(0)\frac{\sin\pi s}{\pi s}+\sum_{k=1}^{\infty} f(k)\frac{2s}{s+k}\frac{\sin\pi(s-k)}{\pi(s-k)},\ 0<s<\infty \qquad (3)$$

или

$$f(s)=\sum_{k=0}^{\infty} f(k)\frac{\varepsilon_k s}{s+k}\frac{\sin\pi(s-k)}{\pi(s-k)},\ 0<s<\infty, \qquad (4)$$

где $\varepsilon_k=\begin{cases}1, & k=0;\\ 2, & k=1,2,3,\ldots\end{cases}$ *– число Неймана.*

Таким образом, любой функции из ГПВЯ можно поставить в соответствие ряд по выборочным значениям. Если же имеется ряд, общий член которого можно привести к стандартному виду, – путем эквивалентных преобразований выделить воспроизводящее ядро, – то ему можно поставить в соответствие функцию из ГПВЯ. Другими словами, ряды могут быть просуммированы на основании (1)-(4).

3. Электромагнитные поля в цилиндрическом резонаторе с настроечным элементом типа «штемпель»

Рассматривается граничная электродинамическая задача для уравнения Гельмгольца в замкнутом цилиндрическом объеме со сложной конфигурацией внутренней ограничивающей поверхности. Объем исследуемой резонансной системы состоит из трех частичных областей, которые определяются следующими границами изменения координат: I – $d\le r\le b$, $0\le z\le l$; II – $a\le r\le d$, $g_1\le z\le l$; III – $0\le r\le d$, $0\le z\le g$. Оласти могут заполняться диэлектриками.

Необходимо определить собственные значения колебаний электрического типа рассматриваемого резонатора и соответствующие поля. Для этого следует найти нетривиальные решения уравнений Максвелла, которые удовлетворяют условиям: касательные составляющие вектора электрического поля равны нулю на идеально проводящих стенках резонатора; на границе раздела частичных областей электромагнитное поле непрерывно.

Составляющие электромагнитного поля вычисляются по известным формулам [17]:

$$E_z(r,z)=\frac{1}{i\omega}\left(k^2+\frac{\partial}{\partial z^2}\right)\Pi(r,z),\ E_r(r,z)=\frac{1}{i\omega}\frac{\partial^2\Pi(r,z)}{\partial r\partial z},\ H_\varphi(r,z)=-\frac{\partial\Pi(r,z)}{\partial r}. \qquad (5)$$

Для каждой частичной области потенциальные функции имеют вид:

$$\Pi(r,z)=\begin{cases}\Pi_1(r,z)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n A_n Z_n^{I}(p_n r)\cos\dfrac{\pi nz}{l},\ d\le r\le b,\ 0\le z\le l;\\ \Pi_2(r,z)=\sum\limits_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m B_m Z_m^{II}(q_m r)\cos\dfrac{\pi m(z-g_1)}{l_1},\ a\le r\le d,\ g_1\le z\le l;\\ \Pi_3(r,z)=\sum\limits_{s=0}^{\infty}\varepsilon_s C_s J_0(f_s r)\cos\dfrac{\pi sz}{g},\ 0\le r\le d,\ 0\le z\le g,\end{cases}\quad(6)$$

где
$$Z_n^{I}(p_n r)=J_0(p_n r)N_0(p_n b)-J_0(p_n b)N_0(p_n r),$$
$$Z_m^{II}(q_m r)=J_0(q_m r)N_0(q_m a)-J_0(q_m a)N_0(q_m r),$$
$$p_n=\sqrt{k^2-(\pi n/l)^2},\ \ q_m=\sqrt{k^2-(\pi m/l_1)^2},\ \ f_s=\sqrt{k^2-(\pi s/g)^2},$$

k – собственные числа, ε_j – число Неймана.

На границе раздела трех частичных областей должны выполняться следующие граничные условия

$$E_z^{I}(r,z)=\begin{cases}E_z^{II}(r,z),\ g_1\le z\le l,\ r=d;\\ 0,\ g\le z\le g_1,\ r=d;\\ E_z^{III}(r,z),\ 0\le z\le g,\ r=d;\end{cases}\quad(7)$$

$$H_\varphi^{I}(r,z)=\begin{cases}H_\varphi^{II}(r,z),\ g_1\le z\le l,\ r=d;\\ H_\varphi^{III}(r,z),\ 0\le z\le g,\ r=d\end{cases}\quad(8)$$

С помощью (6) и (5) определяются компоненты электромагнитного поля, при этом тангенциальные составляющие удовлетворяют граничным условиям (7) и (8) на поверхности раздела $r=d$. В результате получается система функциональных уравнений

$$\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n A_n p_n^2 Z_n^{I}(p_n d)\cos(\frac{\pi n}{l}z)=\begin{cases}\sum\limits_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m B_m q_n^2 Z_m^{II}(q_m d)\cos\dfrac{\pi m(z-g_1)}{l_1},\ g_1\le z\le l;\\ 0,\ \ g\le z\le g_1;\\ \sum\limits_{s=0}^{\infty}\varepsilon_s C_s f_s^2 J_0(f_s d)\cos\dfrac{\pi sz}{g},\ \ 0\le z\le g;\end{cases}$$

$$\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m B_m q_m Z_m^{II\,\prime}(q_m d)\cos\frac{\pi m(z-g_1)}{l_1}=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n A_n p_n Z_n^{I\,\prime}(p_n d)\cos\frac{\pi nz}{l},\ \ g_1\le z\le l,$$

$$\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon_s C_s f_s J_0'(f_s d)\cos\frac{\pi sz}{g}=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n A_n p_n Z_n^{I\,\prime}(p_n d)\cos\frac{\pi nz}{l},\ \ 0\le z\le g,$$

Отсюда следуют бесконечная однородная СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов A_n:

$$A_n l p_n^2 Z_n^{I}(p_n d) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \frac{q_m Z_m^{II}(q_m d)}{l_1 Z_m^{II'}(q_m d)} i_2(n,m) \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon_j A_j p_j Z_j^{I'}(p_j d) i_2(j,m) -$$

$$- \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon_s \frac{f_s J_0(f_s d)}{g J_0'(f_s d)} i_1(n,s) \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon_j A_j p_j Z_j^{I'}(p_j d) i_1(j,s) = 0, \quad n = 0,1,2... \tag{9}$$

и формулы для вычисления неизвестных коэффициентов B_m и C_s :

$$B_m = \frac{1}{l_1 q_m Z_m^{II'}(q_m d)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n A_n p_n Z_n^{I'}(p_n d) i_2(n,m), \quad m = 0,1,2..., \tag{10}$$

$$C_s = \frac{1}{g f_s J_0'(f_s d)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n A_n p_n Z_n^{I'}(p_n d) i_2(n,s), \quad s = 0,1,2.... \tag{11}$$

где

$$i_1(n,s) = \frac{g}{2}\left[\frac{\sin \pi(n\theta - s)}{\pi(n\theta - s)} + \frac{\sin \pi(n\theta + s)}{\pi(n\theta + s)}\right], \quad \theta = \frac{g}{l}; \tag{12}$$

$$i_2(n,m) = \frac{n l_1^2 l}{\pi(m^2 l^2 - n^2 l_1^2)} \sin \frac{\pi n g_1}{l}. \tag{13}$$

На основе (12) и (13) можно сформировать выражения, содержащие воспроизводящие ядра типов Ker_4, Ker_3 соответственно [16]:

$$i_1(n,s) = g \frac{n\theta}{(n\theta + s)} \frac{\sin \pi(n\theta - s)}{\pi(n\theta - s)}, \tag{14}$$

$$i_2(n,m) = \frac{n}{\left(\frac{ml}{l_1} + n\right)} \frac{\sin \pi\left(\frac{ml}{l_1} - n\right)}{\pi\left(\frac{ml}{l_1} - n\right)} \frac{l \sin \frac{\pi n g_1}{l} \cos \pi n}{\sin \frac{\pi m l}{l_1}}. \tag{15}$$

С учетом (14), (15) на основании суммирования в ГПВЯ, можно определить коэффициенты B_m и C_s в следующем виде:

$$B_m = A_m \frac{l}{l_1} \frac{Z_m^{I'}(q_m d)}{Z_m^{II'}(q_m d)} \sin \frac{\pi m g_1}{l_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi m l}{l_1}, \quad m = 0,1,2..., \tag{16}$$

$$C_s = A_s \frac{l}{g} \frac{q_s Z_s^{I'}(q_s d)}{f_s J_0'(f_s d)} \sin \frac{\pi s g_1}{l_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi s l}{l_1}, \quad s = 0,1,2.... \tag{17}$$

Для вычисления собственных значений k оператора граничной задачи выписывается определитель системы (9), который приравнивается нулю:

$$\det\{\delta_{ni} l p_i^2 Z_i^{I}(p_i d) - p_i Z_i^{I}(p_i d) S_{ni} - p_i Z_i^{I'}(p_i d) K_{ni}\} = 0, \quad n = 0,1,2...; \; i = 0,1,2..., \tag{18}$$

где

$$S_{ni} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \frac{q_m Z_m^{II}(q_m d)}{l_1 Z_m^{II\prime}(q_m d)} i_2(n,m) i_2(i,m)\,, \tag{19}$$

$$K_{ni} = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon_s \frac{f_s J_0(f_s d)}{g J_0'(f_s d)} i_1(n,s) i_1(i,s)\,, \tag{20}$$

δ_{ni} – символ Кронекера.

Далее суммирование рядов (19) и (20) с использованием методов ГПВЯ дает следующие результаты:

$$S_{ni} = -\frac{l_1 p_n Z_n^{II}(p_n d) \sin\frac{\pi n g_1}{l} \sin\frac{\pi i g_1}{l} \cos\frac{\pi n l_1}{l}}{Z_m^{II\prime}(p_n d) \sin\frac{\pi i l_1}{l}} \frac{i}{i+n} \frac{\sin \pi \frac{l_1}{l}(i-n)}{\pi \frac{l_1}{l}(i-n)} \operatorname{ctg}\frac{\pi n l_1}{l}\,, \tag{21}$$

$$K_{ni} = \frac{g p_n J_0(p_n d)}{J_0'(p_n d)} \frac{i}{i+n} \frac{\sin \pi\theta(i-n)}{\pi\theta(i-n)}\,. \tag{22}$$

Итак, в рассмотренной модели электромагнитного поля для амплитудных множителей B_m и C_s вместо приближенных выражений (10) и (11) предлагается использовать точные формулы (16) и (17) соответственно. Собственные значения оператора граничной задачи находятся из дисперсионного уравнения (18), где для S_{ni} и K_{ni} приняты обозначения в форме (21) - (22) вместо (19) - (20).

4. Моделирование электромагнитных полей в волноводно-резонаторной системе

В [18] рассматривается запредельный волноводно-диэлектрический резонатор с плоскими слоями. Он представляет собой два отрезка прямоугольного волновода с сечениями A, B, которые соединены с волноводом меньшего сечения a. Для решения задачи о возбуждении электромагнитного поля система координат выбирается, чтобы ось z совпадала с направлением распространения волны, ось x находилась в плоскости поперечного сечения структуры. При этом начало координат совпадает с соосным соединением подводящего и прямоугольного участков поперечного сечения.

В процессе решения граничной задачи выполняется переход от системы функциональных уравнений к бесконечной СЛАУ относительно неизвестных амплитудных коэффициентов падающих (+) и отраженных (-) волн в различных областях рассматриваемой структуры: A_m^-, B_m^+, B_m^-, C_m^+, C_m^-, D_m^+, D_m^-, E_m^+, которые содержатся в выражения для искомых электромагнитных полей [18]:

$$\delta_{1m} + A_m^- = \sum_{n=1}^{\infty} \nu_{mn} (B_n^+ + B_n^-) \,, \tag{23}$$

$$i\beta_m^A (-\delta_{1m} + A_m^-) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^I \nu_{mn} (-B_n^+ + B_n^-) \,, \tag{24}$$

$$B_m^+ \exp(-\beta_m^I l_1) + B_m^- \exp(\beta_m^I l_1) = C_m^+ + C_m^- \,, \tag{25}$$

$$\beta_m^I [-B_m^+ \exp(-\beta_m^I l_1) + B_m^- \exp(\beta_m^I l_1)] = i\beta_m^{II} (-C_m^+ + C_m^-) \,, \tag{26}$$

$$C_m^+ \exp(-i\beta_m^{II} l_2) + C_m^- \exp(i\beta_m^{II} l_2) = D_m^+ + D_m^- \,, \tag{27}$$

$$i\beta_m^{II} [-C_m^+ \exp(-i\beta_m^{II} l_2) + C_m^- \exp(i\beta_m^{II} l_2)] = \beta_m^{III} (-D_m^+ + D_m^-) \,, \tag{28}$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} \xi_{mp} [D_p^+ \exp(-\beta_p^{III} l_3) + D_p^- \exp(\beta_p^{III} l_3)] = E_m^+ \,, \tag{29}$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} \beta_p^{III} \xi_{mp} [-D_p^+ \exp(-\beta_p^{III} l_3) + D_p^- \exp(\beta_p^{III} l_3)] = -i\beta_m^B E_m^+ \,. \tag{30}$$

В уравнениях (23)-(24) и (29)-(30) фигурируют составляющие ν_{nm} и ξ_{mp}, которые определены так:

$$\nu_{nm} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{a}{A}} \left[\frac{\sin \pi (n - m\frac{a}{A})}{\pi (n - m\frac{a}{A})} + \frac{\sin \pi (n + m\frac{a}{A})}{\pi (n + m\frac{a}{A})} \right], \tag{31}$$

$$\xi_{mp} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{a}{B}} \left[\frac{\sin \pi (p - m\frac{a}{B})}{\pi (p - m\frac{a}{B})} + \frac{\sin \pi (p + m\frac{a}{B})}{\pi (p + m\frac{a}{B})} \right]. \tag{32}$$

На основе выражений (31), (32можно сформировать воспроизводящие ядра в целях суммирования рядов из (23)-(24) и (29)-(30). Путем эквивалентных преобразований из (31), (32) получаем:

$$\nu_{nm} = \frac{ma}{nA} \sqrt{\frac{a}{A}} \frac{2n}{(m\frac{a}{A} + n)} \frac{\sin \pi (m\frac{a}{A} - n)}{\pi (m\frac{a}{A} - n)} \,, \tag{33}$$

$$\xi_{mp} = \frac{ma}{nB} \sqrt{\frac{a}{B}} \frac{2n}{(m\frac{a}{B} + n)} \frac{\sin \pi (m\frac{a}{B} - n)}{\pi (m\frac{a}{B} - n)} \,. \tag{34}$$

Далее вычисляются ряды из уравнений системы (23)-(30) с использованием метода суммирования в ГПВ:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\nu_{mn}(B_n^+ + B_n^-) = \sqrt{\frac{a}{A}}(B_m^+ + B_m^-)\,, \tag{35}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n^{I}\nu_{mn}(-B_n^+ + B_n^-) = -\sqrt{\frac{a}{A}}i\beta_m^{A}(B_m^+ - B_m^-)\,, \tag{36}$$

$$\sum_{p=1}^{\infty}\xi_{mp}[D_p^+ \exp(-\beta_p^{III}l_3) + D_p^- \exp(\beta_p^{III}l_3)] =$$

$$= \sqrt{\frac{a}{B}}[D_m^+ \exp(-i\beta_m^{B}l_3) + D_m^- \exp(i\beta_m^{B}l_3)]\,, \tag{37}$$

$$\sum_{p=1}^{\infty}\beta_p^{III}\xi_{mp}[-D_p^+ \exp(-\beta_p^{III}l_3) + D_p^- \exp(\beta_p^{III}l_3)] =$$

$$= \sqrt{\frac{a}{B}}i\beta_m^{B}[-D_m^+ \exp(-i\beta_m^{B}l_3) + D_m^- \exp(i\beta_m^{B}l_3)]\,. \tag{38}$$

С учетом приведенных результатов первая и последняя пара уравнений системы (23)-(30) принимает вид:

$$\delta_{1m} + A_m^- = \sqrt{\frac{a}{A}}(B_m^+ + B_m^-)\,, \tag{39}$$

$$-\delta_{1m} + A_m^- = -\sqrt{\frac{a}{A}}(B_m^+ - B_m^-)\,, \tag{40}$$

$$\sqrt{\frac{a}{B}}[D_m^+ \exp(-i\beta_m^{B}l_3) + D_m^- \exp(i\beta_m^{B}l_3)] = E_m^+\,, \tag{41}$$

$$\sqrt{\frac{a}{B}}[-D_m^+ \exp(-i\beta_m^{B}l_3) + D_m^- \exp(i\beta_m^{B}l_3)] = -E_m^+\,. \tag{42}$$

Таким образом, уравнения (39)-(42) совместно с (25)-(28) образуют модифицированную систему относительно набора искомых коэффициентов. В отличие от [18], где суммирование ведется по индексам n и p до значения m, в (39)-(42) учтены все члены соответствующих рядов, что дает возможность получить точные результаты.

5. Выводы

Решение граничной электродинамической задачи о цилиндрическом резонаторе с настроечным элементом типа «штемпель» позволило получить модель электромагнитного поля, которая описывается прямыми формулами и СЛАУ для неизвестных коэффициентов, а также дисперсионным уравнением собственных значений.

Для запредельного волноводно-диэлектрического резонатора получена СЛАУ для неизвестных коэффициентов, входящих в выражения искомых электромагнитных полей, не содержащая бесконечных рядов. В отличие от известных методов решения СЛАУ такого типа, при которых удерживается только нулевой/первый общий член ряда, метод суммирования в ГПВЯ дает возможность суммировать ряд без усечения и получать точный результат.

Научная новизна исследования определяется применением нового метода к суммированию рядов, встречающихся в процессе решения приведенных задач для получения точного результата и уменьшения вычислительной сложности при выполнении численного моделирования электромагнитных полей и резонаторов.

Практическая значимость работы связана с востребованностью точных аналитических методов при проектировании радиоэлектронных устройств, позволяющих уменьшить время синтеза и анализа и повысить качество изделий.

Перспективы исследований определяются возможностью упрощения методов решения граничных электродинамических задач для резонаторных и волноводных устройств, а также их систем на основе использования метода суммирования рядов в ГПВЯ.

Список литературы: **1.** *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 512 с. **2.** *Тихонов А.Н., Сахарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с. **3.** *Никольский В.В.* Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М.: Наука, 1967. 320с. **4.** *Никольский В.В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1978. 544с. **5.** *Нобл Б.* Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. 280с. **6.** *Вайнштейн Л.А.* Теория диффракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966. 432с. **7.** *Смайт В.* Электростатика и электродинамика: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1954. 604 с. **8.** *Функциональный* анализ. Справочная математическая библиотека / М.Ш. Бирман, Н.Я. Виленкин и др. Под. ред. С.Г. Крейна. М.: Наука, 1972. 544 с. **9.** *Шестопалов В.П.* Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с. **10.** *Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г.* Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1973. 288с. **11.** *Chumachenko S.V.* Summation method of selected series for IP-core design // Proc. East-West Design & Test Conference. 2003. P. 197-203. **12.** *Чумаченко С.В.* Теоремы о некоторых интегральных тождествах на основе метода суммирования рядов в ГПВЯ // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 1. С. 113-115. **13.** *Чумаченко С.В.* Решение интегро-сумматорных уравнений и систем сложной структуры на основе методов суммирования рядов в ГПВЯ // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 2. С.122-125. **14.** *Chumachenko S.V., Gowher Malik, Khavar Parvez.* Reproducing Kernel Hilbert Space Methods for CAD Tools // Proc. East-West Design & Test Workshop. 2004. P. 247-250. **15.** *Чумаченко С.В.* Численное обоснование метода суммирования рядов в ГПВЯ // Радиоэлектроника и информатика. 2005. № 1. С. 111-114. **16.** *Функции* с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике: Пер. М.К. Размахнина и В.П. Яковлева. М.: Сов. радио, 1971. 256с. **17.** *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957. 581 с. 18. *Капилевич Ю.Б.* Волноводные диэлектрические фильтры. М.: Связь, 1980. 136с.

Поступила в редколлегию 16.06.2005